

Конус

Глоссарий по теме

Коническая поверхность – это поверхность, образованная прямыми, проходящими через все точки окружности, и точку, не лежащую в плоскости этой окружности.

Эти прямые – **образующие** конической поверхности.

Прямая, проходящая через центр окружности, перпендикулярно к плоскости – **ось** конической поверхности.

Конус – тело, ограниченное конической поверхностью, точкой и кругом.

Круг – **основание** конуса; точка – вершина конуса, отрезки образующих, заключённые между основанием и вершиной – образующие конуса; образованная ими часть конической поверхности – боковая поверхность конуса.

Ось конической поверхности называется **осью цилиндра**.

Расстояние от вершины до основания конуса называется **высотой конуса**, а радиус основания – **радиусом конуса**.

Сечение – изображение фигуры, образованной рассечением тела плоскостью.

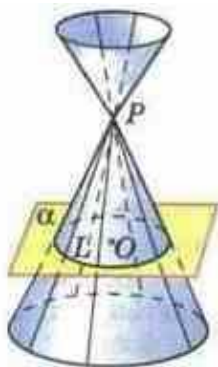
Осевое сечение – вариант сечения, при котором плоскость проходит через ось тела.

Развёртка боковой поверхности конуса – сектор, радиус которого – образующая конуса, а длина дуги – длина окружности основания конуса.

Теоретический материал

1. Основные определения

В плоскости α построю окружность L с центром в точке O . Проведу прямую OP перпендикулярно плоскости α . Соединю точку P со всеми точками окружности L прямыми линиями. Поверхность, состоящую из этих прямых, называют **конической поверхностью**, сами прямые называют **образующими конической поверхности**, точку P называют **вершиной**, а прямую OP – **осью конической поверхности**.



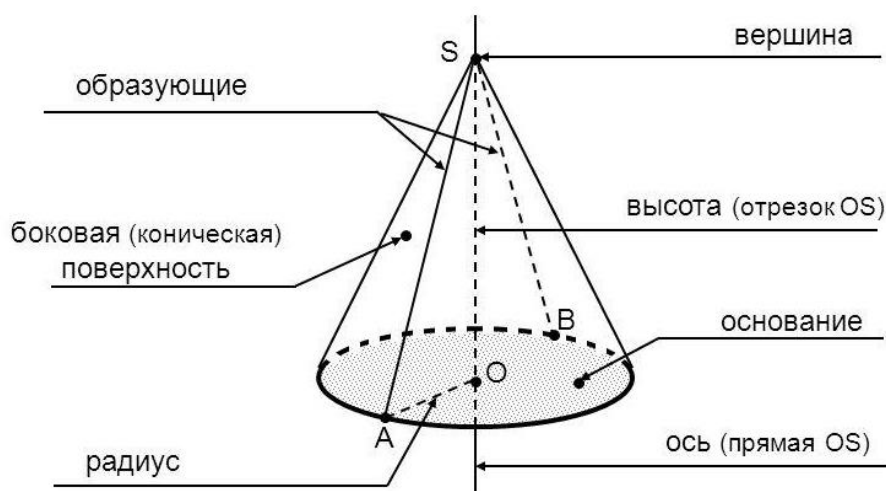
Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей L , называется **конусом**.

Круг называют **основанием конуса**.

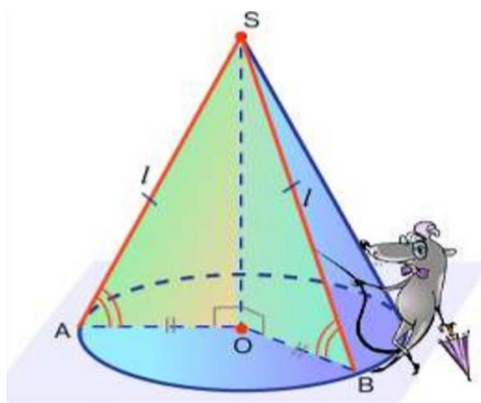
Вершину конической поверхности называют **вершиной конуса**.

Отрезки образующих, заключённые между вершиной и основанием называют **образующими конуса**, а образованная ими часть конической поверхности – **боковой поверхностью конуса**.

Ось конической поверхности называют и **осью конуса**, а её отрезок, заключённый между вершиной и основанием называют **высотой конуса**.

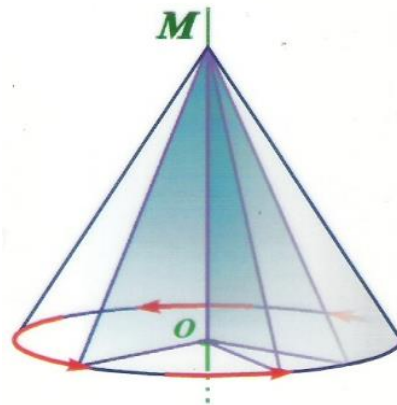


Все образующие конуса равны друг другу. Это легко доказать, если рассмотреть различные прямоугольные треугольники, в которых один катет – это высота конуса, а вторыми катетами являются радиусы основания конуса. Тогда образующие, являясь гипотенузами этих прямоугольных треугольников с равными катетами, также будут равны.



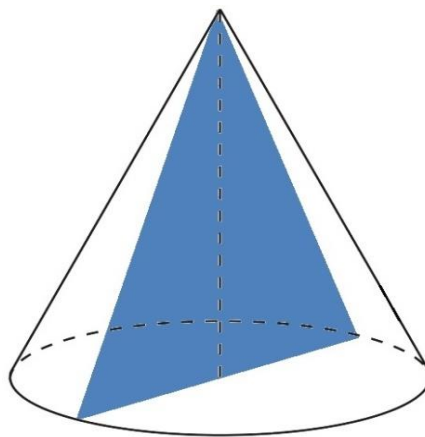
Конус можно получить ещё одним способом - вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. Тогда этот катет (вокруг которого происходит вращение) будет совпадать с осью конуса и

будет его высотой, гипотенуза станет образующей и будет образовывать боковую поверхность, а оставшийся катет образует основание, одновременно являясь его радиусом.

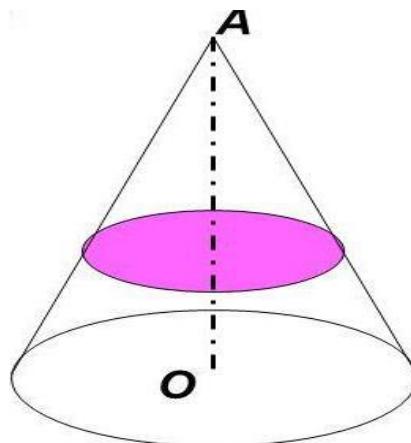


2. Сечения конуса различными плоскостями

а) Пусть секущая плоскость проходит через ось конуса. Такое сечение называют осевым. Оно представляет собой равнобедренный треугольник, боковые стороны которого – образующие конуса, а его основанием является диаметр основания конуса.

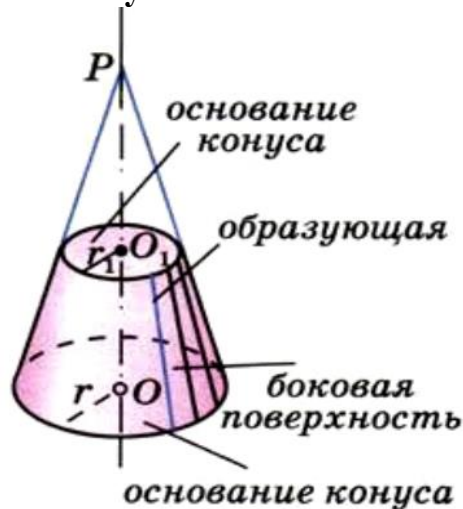


б) Если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса, то сечение представляет собой круг с центром, расположенном на оси.



3. Усеченный конус

Если взять произвольный конус и провести секущую плоскость перпендикулярно его оси, то исходный конус разделится на две части. Верхняя часть представляет собой конус меньших размеров, а оставшуюся часть называют **усечённым конусом**.



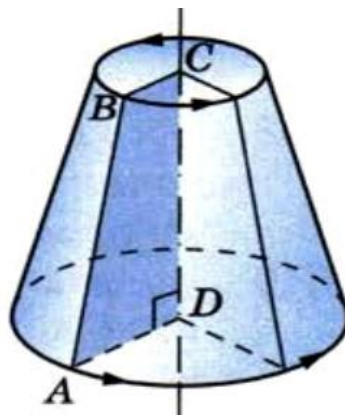
Основание исходного конуса и круг, получившийся в сечении, называют **основаниями усечённого конуса**.

Отрезок, соединяющий центры оснований, называют **высотой усечённого конуса**.

Часть конической поверхности, ограничивающая усечённый конус, называется **боковой поверхностью усечённого конуса**.

Отрезки образующих, заключённые между основаниями, называются **образующими усечённого конуса**. Отмечу, что все образующие усечённого конуса равны друг другу.

Усечённый конус можно получить ещё одним способом - вращением прямоугольной трапеции вокруг той боковой стороны, которая перпендикулярна основанию.



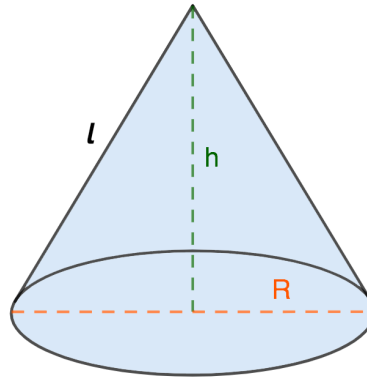
Тогда эта сторона (вокруг которой происходит вращение) будет совпадать с осью конуса и будет его высотой. Другая боковая сторона станет образующей, и при вращении будет образовывать боковую поверхность, а основания трапеции станут соответственно радиусами верхнего и нижнего оснований усечённого конуса.

4. Формулы для нахождения площади боковой поверхности конуса, его основания, полной площади поверхности конуса

а) Площадь боковой поверхности конуса

Площадь (S) боковой поверхности конуса равняется произведению числа π на радиус основания и на длину образующей.

$$S = \pi R l$$



Образующая (l) соединяет вершину конуса и границу основания, другими словами, точку на окружности.

Примечание: в вычислениях значение числа π округляется до 3,14.

б) Площадь основания

Основанием конуса является круг, площадь которого вычисляется так:

$$S = \pi R^2$$

Учитывая то, что диаметр круга равняется двум его радиусам ($d = 2R$), данную формулу можно представить в виде:

$$S = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

в) Площадь полной поверхности конуса

Для вычисления суммарной площади конуса следует сложить площади боковой поверхности и основания:

$$S = \pi R l + \pi R^2 \text{ или } S = \pi R (l + R)$$

г) Площадь боковой поверхности усеченного конуса

Площадь (S) боковой поверхности усеченного конуса равняется произведению числа π на сумму радиусов основания и на длину образующей.

$$S_{\text{бок.пов.ук}} = \pi(r+R)L$$

д) Площадь полной поверхности усеченного конуса

Для вычисления суммарной площади усеченного конуса следует сложить площади боковой поверхности и двух оснований:

$$S_{\text{полн.пов.ук}} = \pi(r+R)L + \pi r^2 + \pi R^2$$

или

$$S_{\text{полн.пов.ук}} = \pi(rL + RL + r^2 + R^2)$$